

複素関数論 (10) 複素積分

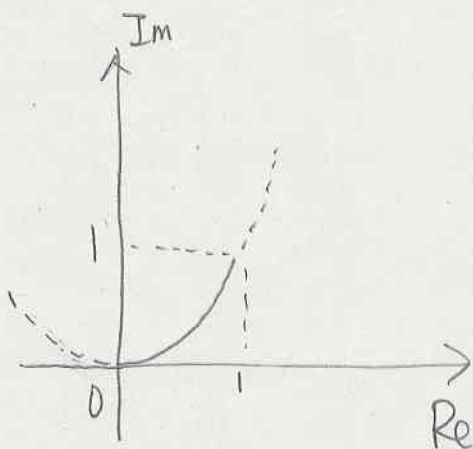
クラス

番 名前

1. 次の各関数 $f(z)$ について、曲線 C を図示し、曲線 C に沿う積分 $\int_C f(z) dz$ の値を求めよ。ただし、 n は自然数、 $r > 0$ 、 α は任意の複素数とする。

(1) $f(z) = z$ $C: z = t + it^2$ ($0 \leq t \leq 1$)

・ dz を求め置換積分する

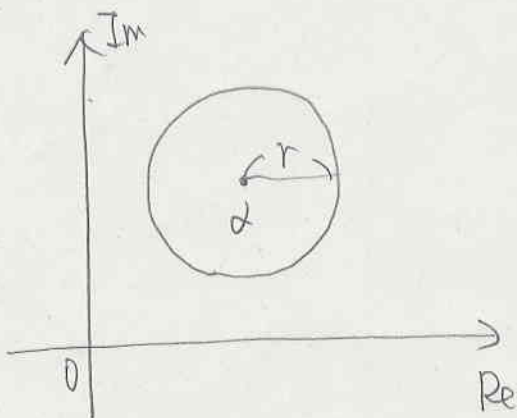


$$\int_C f(z) dz = i //$$

(2) $f(z) = (z - \alpha)^n$ $C: z = \alpha + re^{it}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$)

↑
良くて23.

・ dz を求め置換積分する

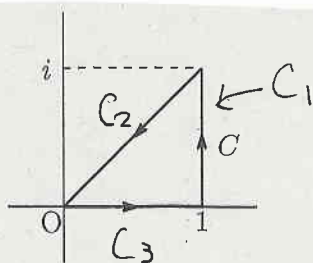


③ 座標軸はなくてもよい。
(ただし、説明せよ)

$$\int_C f(z) dz = 0 //$$

2. 次の各関数 $f(z)$ について、曲線 C を式で表し、曲線 C に沿う積分 $\int_C f(z) dz$ の値を求めよ。

(1) $f(z) = \bar{z}$



$$\begin{aligned} \int_C f(z) dz &= \int_{C_1+C_2+C_3} f(z) dz \\ &= \int_{C_1} f(z) dz + \int_{C_2} f(z) dz + \int_{C_3} f(z) dz \end{aligned}$$

を用いる

$C = C_1 + C_2 + C_3$ とし

C_1, C_2, C_3 をそれぞれ式で表す

(解答例)

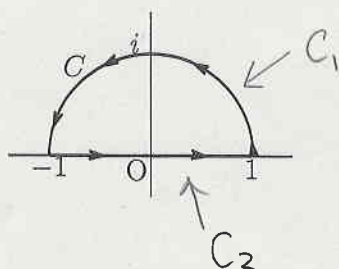
$C_1: z = 1 + it \quad (0 \leq t \leq 1)$

$C_2: z = (1-t) + i(1-t) \quad (0 \leq t \leq 1)$

$C_3: z = t \quad (0 \leq t \leq 1)$

$\int_C f(z) dz = i$ //

(2) $f(z) = \operatorname{Re}(z)$



(1)と同様に積分を分ける

$C = C_1 + C_2$ とし

(解答例)

$C_1: z = \cos t + i \sin t \quad (0 \leq t \leq \pi)$

$C_2: z = t \quad (-1 \leq t \leq 1)$

$\int_C f(z) dz = \frac{\pi}{2} i$ //