

複素関数論（7）

クラス

番 名前

1. 次の極限値を求めよ。（存在しない場合もある。）

$$(1) \lim_{z \rightarrow i} \frac{z-i}{z^2+1}$$

$$\text{解答: } -\frac{1}{2}i$$

$$(2) \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1+z^2}{1-z^2}$$

$$\text{解答: } -1$$

$$(3) \lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{\bar{z}}$$

解答：極限値は存在しない。

ヒント： $z = x + iy$ として、 $\bar{z} = x - iy$ であるので、実軸から近づく場合と、虚軸から近づく場合とに分けて計算する。

2. 次の関数について、連続でない点があれば求めよ。

$$(1) f(z) = \bar{z}$$

解答：連続でない点はない。

$$(2) f(z) = \frac{z}{2z+i}$$

$$\text{解答: } z = -\frac{1}{2}i$$

$$(3) f(z) = \frac{z+1}{z^3+1}$$

$$\text{解答: } z = -1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$(4) f(z) = \begin{cases} \frac{z^2+9}{z-3i} & (z \neq 3i) \\ 6i & (z = 3i) \end{cases}$$

ヒント： $\lim_{z \rightarrow 3i} \frac{z^2+9}{z-3i} = 6i$ となるかどうかを調べる。

解答：連続でない点はない。